ЗА МОЖНОСТИТЕ НА ПОЈАВА НА ПАРНИТЕ МАКСИМУМИ КАЈ БИНАРНАТА ЛИНЕАРНА ЗОНСКА МРЕЖИЧКА

Љ. Јаникијевиќ

Еден од начините на добивање на линеарните зонски мрежички е правењето на контрастни фотографски плочи од претходно нацртаните линеарни зони.

Зоните на добиените плочи имаат ширини кои отстапуваат од идеалниот зонски распоред поради недоволно точното цртање на примарниот цртеж, како и поради зрнестата структура на фотогтафскиот слој од плочата, која границите на црните и белите површини ги прави назабени. Под претпоставка да е избегната првата причина на отстапувањето од идеалната ширина, преку внимателно мерење на ширините на зоните на примарниот цртеж, при правењете на неговата фотографија ќе се јави отстапување од идеалната зонска граница, кое по апсолутна вредност изнесува барем колку што е дијаметарот на зрното на емулзијата.

Влијанието на ова отстапување ќе го разгледаме на примерот на една негативна линеарна зонска мрежичка од Соретов тип. Затоа за фазно апсорпциониот фактор земаме

$$x_j\, e^{i\delta_j} = \begin{cases} 0 & \alpha\sqrt{2\beta} \mp \varepsilon_\beta < |x| < \alpha\sqrt{2\beta+1} \pm \varepsilon_\beta \\ e^{i\delta} & \alpha\sqrt{2\beta-1} \pm \varepsilon_\beta < |x| > \alpha\sqrt{2\beta} \mp \varepsilon_\beta \end{cases} \tag{1}$$

каде α е полуширина на централната зона на мрежичката, β реден број на пропусната зона, а ε_β е мала величина која го дава отстапувањето од идеалните граници.

$$\varepsilon_\beta \ll \alpha\,(\sqrt{2\beta} - \sqrt{2\beta-1}) \tag{2}$$

Горните знаци во неравенствата од (1) се однесуваат на стеснување, а долните на проширување на пропусните зони кај негативната зонска мрежичка. Мрежичката со вака определените граници ќе ја наречеме генерализирана бинарна линеарна зонска мрежичка.

Вредноста на брановата функција долж оптичката осна рамнина на мрежичката пресметана според Кирхофовата дифракциона формула за рамен упаден бран [1] ќе биде дадена со

$$U(\overline{pp'}) = \frac{Bk}{4}\sqrt{\frac{2}{\pi kb}}\, e^{i[k(R+b)-\frac{\pi}{4}+\delta]} \sum_{\beta=1}^{N} \left\{ \int_{(\alpha\sqrt{2\beta-1}\pm\varepsilon)}^{(\alpha\sqrt{2\beta}\mp\varepsilon_\beta)} e^{i\frac{k}{2b}x^2} dx + \int_{-(\alpha\sqrt{2\beta}\mp\varepsilon_\beta)}^{-(\alpha\sqrt{2\beta-1}\pm\varepsilon_\beta)} e^{i\frac{k}{2b}x^2} dx \right\} \quad (3)$$

Која со помош на смената

$$\frac{k}{2b}x^2 = \frac{\pi}{2}\xi^2 \qquad dx = \sqrt{\frac{b\pi}{k}}\, d_\xi \quad (4)$$

преминува во

$$U(\overline{pp'}) = \frac{B\sqrt{2}}{2} e^{i[k(R+b)-\frac{\pi}{4}+\delta]} \left\{ \sum_{\beta=1}^{N} \left[C\left(\alpha\sqrt{\frac{2\cdot 2\beta}{\lambda b}} \mp \varepsilon_\beta \sqrt{\frac{2}{\lambda b}}\right) - \right.\right.$$
$$- C\left(\alpha\sqrt{\frac{2(2\beta-1)}{\lambda b}} \pm \varepsilon_\beta \sqrt{\frac{2}{\lambda b}}\right)\right] + i\left[S\sqrt{\frac{2\cdot 2\beta}{\lambda b}} \mp \varepsilon_\beta \sqrt{\frac{2}{\lambda b}}\right) - \quad (5)$$
$$\left.\left. - S\left(\alpha\sqrt{\frac{2(2\beta-1)}{\lambda b}} \pm \varepsilon_\beta \sqrt{\frac{2}{\lambda b}}\right)\right]\right\}$$

каде $C_{(v)} = \int_0^v \cos\frac{\pi}{2}\xi^2 d_\xi$ и $S_{(v)} = \int_0^v \sin\frac{\pi}{2}\xi^2 d_\xi$ се Френелови интеграли.

Воведувајќи скратена ознака

$$\gamma = \alpha\sqrt{\frac{2}{\lambda b}} \quad (6)$$

за распоредот на интензитетот во оптичката осна рамнина $I = u \cdot u^*$ добиваме

$$I(pp') = \frac{B^2}{2}\left\{\left(\sum_{\beta=1}^{N}\left[C\left(\gamma\sqrt{2\beta} \mp \frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\gamma\right) - C\left(\gamma\sqrt{2\beta-1} \pm \frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\gamma\right)\right]\right)^2 + \right.$$
$$\left. + \left(\sum_{\beta=1}^{N}\left[S\left(\gamma\sqrt{2\beta} \mp \frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\gamma\right) - S\left(\gamma\sqrt{2\beta-1} \pm \frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\gamma\right)\right]\right)^2\right\} \quad (7)$$

Поради големите вредности на аргументите на Френеловите интеграли ќе ги апроксимираме со изразите [2]

$$
\begin{aligned}
&C\left(\gamma\sqrt{2\beta}\mp\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\gamma\right)\approx\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi\gamma\sqrt{2\beta}}\sin\frac{\pi}{2}\left(\gamma\sqrt{2\beta}\mp\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\gamma\right)^2\\
&C\left(\gamma\sqrt{2\beta-1}\pm\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\gamma\right)\approx\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi\gamma\sqrt{2\beta-1}}\sin\frac{\pi}{2}\left(\gamma\sqrt{2\beta-1}\pm\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\gamma\right)^2\\
&S\left(\gamma\sqrt{2\beta}\mp\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\gamma\right)\approx\frac{1}{2}-\frac{1}{\pi\gamma\sqrt{2\beta}}\cos\frac{\pi}{2}\left(\gamma\sqrt{2\beta}\mp\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\gamma\right)^2\\
&S\left(\gamma\sqrt{2\beta-1}\pm\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\gamma\right)\approx\frac{1}{2}-\frac{1}{\pi\gamma\sqrt{2\beta-1}}\cos\frac{\pi}{2}\left(\gamma\sqrt{2\beta-1}\pm\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\gamma\right)^2
\end{aligned}
\tag{8}
$$

и ако уште поради малата вредност на ε_β ги занемариме членовитэ во кои се јавува ε_β^2 ќе имаме

$$
\begin{aligned}
&C\left(\sqrt{2\beta}\mp\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\gamma\right)=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi\gamma\sqrt{2\beta}}\sin\frac{\pi}{2}\gamma^2\left(2\beta\mp2\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\sqrt{2\beta}\right)\\
&C\left(\gamma\sqrt{2\beta-1}\pm\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\gamma\right)=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi\gamma\sqrt{2\beta-1}}\sin\frac{\pi}{2}\gamma^2\left(2\beta-1\pm2\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\sqrt{2\beta-1}\right)\\
&S\left(\gamma\sqrt{2\beta}\mp\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\gamma\right)=\frac{1}{2}-\frac{1}{\pi\gamma\sqrt{2\beta}}\cos\frac{\pi}{2}\gamma^2\left(2\beta\mp2\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\sqrt{2\beta}\right)\\
&S\left(\gamma\sqrt{2\beta-1}\pm\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\gamma\right)=\frac{1}{2}-\frac{1}{\pi\gamma\sqrt{2\beta-1}}\cos\frac{\pi}{2}\gamma^2\left(2\beta-1\pm2\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\sqrt{2\beta-1}\right)
\end{aligned}
\tag{9}
$$

Нас не интересира вредноста на интензитетот на местата на кои линеарната зонска мрежичка ги има своите главни екстреми. Тие според [1a] се определени со вредностите на

$$\gamma^2=2n \qquad n \text{ — цел број} \tag{10}$$

Тогаш C — делот од изразот за интензитетот ќе биде даден со

$$
C\left(\gamma_n\sqrt{2\beta}\mp\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\gamma_n\right)-C\left(\gamma_n\sqrt{2\beta-1}\pm\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\gamma_n\right)=\frac{1}{\pi\sqrt{2n}}\left[\frac{\sin 2n\pi\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\sqrt{2\beta}}{\sqrt{2\beta}}+(-1)^n\frac{\sin 2n\pi\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\sqrt{2\beta-1}}{\sqrt{2\beta-1}}\right]
\tag{11}
$$

додека за S — делот имаме

$$S\left(\gamma_n\sqrt{2\beta} \mp \frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\gamma_n\right) - S\left(\gamma_n\sqrt{2\beta-1} \pm \frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\gamma_n\right) = \frac{1}{\pi\sqrt{2n}}\left[\frac{\cos 2n\pi\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\sqrt{2\beta}}{\sqrt{2\beta}} - (-1)^n\frac{\cos 2n\pi\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\sqrt{2\beta-1}}{\sqrt{2\beta-1}}\right] \tag{12}$$

Вредноста на интензитетот во главните екстреми според тоа ќе биде дадена со изразот

$$I(\overline{pp'}) = \frac{B^2}{4\pi^2 n}\left\{\left(\sum_{\beta=1}^{N}\left[\frac{\sin 2n\pi\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\sqrt{2\beta}}{\sqrt{2\beta}} + (1)^n\frac{\sin 2n\pi\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\sqrt{2\beta-1}}{\sqrt{2\beta-1}}\right]\right)^2 + \left(\sum_{\beta=1}^{N}\left[\frac{\cos 2n\pi\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\sqrt{2\beta}}{\sqrt{2\beta}} - (-1)^n\frac{\cos 2n\pi\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\sqrt{2\beta-1}}{\sqrt{2\beta-1}}\right]\right)^2\right\} \tag{13}$$

Гледаме дека знаците $\pm$ што се однесуваа на стеснување и проширување на пропусните зони, при формирањето на вредноста на интензитетот се губат, што значи би се добил ист ефект во распоредот на интензитетот кога би имале само стеснување, само проширување на пропусните зони, или пак кога се присутни и двата вида на отстапување кај поедините зони.

На местата каде се јавуваат непарните екстреми ($n = 2k - 1$) ќе преовладува вториот член од изразот (7) т. е. S — делот, зошто во C — делот ќе треба да сумираме по разликите на два многу блиски членови. Според тоа вредноста на интензитетот во непарните екстреми ќе може да биде апроксимирана со

$$I_{2k-1}(\overline{pp'}) = \frac{B^2}{4\pi^2(2k-1)}\left(\sum_{\beta=1}^{N}\left[\frac{\cos 2(2k-1)\pi\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\sqrt{2\beta}}{\sqrt{2\beta}} + \frac{\cos 2(2k-1)\pi\frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\sqrt{2\beta-1}}{\sqrt{2\beta-1}}\right]\right)^2 \tag{14}$$

На местата пак на парните екстреми вториот член е приближно рамен на нула (S-делот) а вредноста на интензитетот може да биде апроксимирана со

$$I_{2k}(\overline{pp'}) = \frac{B^2}{4\pi^2 \cdot 2k}\left(\sum_{\beta=1}^{N}\left[\frac{\sin 2\cdot 2k\pi \frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\sqrt{2\beta}}{\sqrt{2\beta}} + \frac{\sin 2\cdot 2k\pi \frac{\varepsilon_\beta}{\alpha}\sqrt{2\beta-1}}{\sqrt{2\beta-1}}\right]\right)^2 \tag{15}$$

Кога мрежичката би била идеална без отстапувања, $|\varepsilon_\beta| = 0$ се јавуваат интензивни максимуми само на местата на непарните екстреми со вредност на интензитетот

$$I_{2k-1}(\overline{pp'}) = \frac{B^2}{4\pi^2(2k-1)}\left(\sum_{\beta=1}^{N}\frac{1}{\sqrt{2\beta}} + \frac{1}{\sqrt{2\beta-1}}\right)^2 \tag{16}$$

што е познат резулат од [1 в]. Во тој случај за изразот (15) би добиле вредност нула, т. е. парните екстреми во тој случај се места со минимален интензитет.

Од изнесената теорија може да се заклучи дека отстапувањата ε_β од идеалните граници на линеарната зонска мрежичка можат да бидат причина за појава на интензитет различен од нула на местата на главните минимуми кај идеалната зонска мрежичка. Вредноста на овие интензитети зависи од редот на екстремот (k) од вредноста на отстапувањата ε_β како и од бројот и на зоните со кои мрежичката учествува при дифракцијата. Меѓутоа имајќи во предвид дека отстапувањата од идеалните ширини на пропусните зони се мали величини, а тие под сумите се јавуваат под знакот синус, позначително влијание врз вредноста на синусите во (15) би требало да се очекува од зоните со повисок реден број β. Но од изразот (15) исто така се гледа дека членовите во сумата кои одговараат на повисоки вредности β се обратно пропорционални со $\sqrt{2\beta}$ одн. $\sqrt{2\beta - 1}$.

Според тоа за вредноста на интензитетот на местата на парните екстреми кај генерализираната бинарна линеарна зонска мрежичка би требало да очекуваме значително помали вредности од оние што се јавуваат кај непарните екстреми.

Линеарната зонска мрежичка претставува цилиндричен аналог на сферната зонска мрежичка. При експерименталните мерења во случај на сферната мрежичка се регистрирани значителни вредности на интензитетот и на местата на парните екстреми од страна на повеќе автори, да го споменеме [3], а теоретски проблемот е разгледуван од страна на [4]. Во случај на регистрирање на феноменот и кај линеарната зонска мрежичка, т. е. појава на значителни интензитети и на местата на парните екстреми кои според теоријата на идеалната зонска мрежичка би требале да бидат места на главни минимуми, во согласност со претходно разгледуваниот проблем, причината за нивната појава би требало да се бара и во фазните отстапувања и промени кои настапуваат во слоевите на пропусните зони, за кои во теоријата на идеалната зонска мрежичке е земено декс се константни и еднакви за сите пропусни зони.

ЦИТИРАНА ЛИТЕРАТУРА

[1] Љ. Јаникијевиќ „Теорија на дифракција на светлината кај линеарната зонска мрежичка" (Дисертација) спец. изд. на Год. Зборн. на Прир. Мат. Факултет на Универзитетот Кирил и Методиј — Скопје, (184) стр. 122, 1973 Скопје.

[1a] „ „ „ „ „ (89) стр. 56, 1973 Скопје.

[2] Е. Янке, Ф. Емде, Ф. Леш „Специальные функции" стр. 83, Наука Изд. 1964 Москва.

[3] С. Бахчеванџиев, Докторска дисертација, Скоп,е 1960.

[4] Ј. Мозер „Максимуми парног реда код дифракције свјетлости на зонским мрежицама" Год. Збор. на П. М. Ф. Сек. А, 15 (1964) Скопје.

Lj. Janićijević

— ON THE POSSIBILITIES OF APPEARANCE OF EVEN FOCI OF A BINARY LINEAR ZONE PLATE —

Summary

The article concerns the question of appearance of even foci of the linear zone plate, as a cosequence of small deviations ε_β, done on the original drowing or caused by the grained structure of the photographic emulsion, from the ideal boundar'es of the linear Fresnel's zones.

The intensity distribution in the optical axial plane of the linear zone plete is found to be given by the expression (7), where $\gamma = \alpha \sqrt{\frac{2}{\lambda b}}$ (α — beeing the halfwidth of the central zone of the plate, while b is the distance between the plate and the line $\overline{PP'}$ in the axial plane where the intensity is examined.)

At the main foci giyen by $\gamma^2 = 2n$ (n — beeing an intdder), if the aproximations (9) for the Fresnel's integrals in (7) are used, the intensity value is given by (24) for the odd foci $|n = 2k - 1|$, and by (15) for even foci ($n = 2k$).

The intensities (15) found at the loci $b = \frac{\alpha^2}{2k\lambda}$ (which in the theory of the ideal linear zone plate are expected to be the main minima of intensity) are caused by the deviations ε_β. But since ε_β have very small values, the even foci will be of mutch smaller intensity than the odd ones.

Therefore if remarcable even foci of a linear zone plate are registered, as it is the case with the spherical zone plates, the reason for their appearance, besides the existance of ε_β, should also be looked at the phase changes caused by the photographic emulsion the plate is made of.