ЗА ЕДНА ЛИНЕАРНА ДИФЕРЕНЦИЈАЛНА РАВЕНКА ОД II РЕД

Даница Перчинкова-Вчкова

Во трудот [1] е покажано дека функцијата $y = y\ (x)$ дефинирана со релацијата

$$y^3 + 3\ xy + 2x^3 = 0 \tag{1}$$

ја задоволува диференцијалната равенка

$$x^2\,(1 + x^3)\,\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{3}{2}\,x\,\frac{dy}{dx} + y = 0. \tag{2}$$

Се прашаме сега дали поопштата диференцијална равенка

$$x^2\,(A + Bx^3)\,\frac{d^2y}{dx^2} + Cx\,\frac{dy}{dx} + y = 0, \tag{3}$$

каде A, B, C се дадени константи, има партикуларно решение од облик

$$y^3 + 3\ axy + bx^3 = 0 \qquad (a,\ b \text{ параметри}) \tag{4}$$

и под кои услови.

После извршената смена се заклучува дека диференцијалната равенка (3) е задоволена со релацијата (4) во случај кога е

$$A = 1, \quad C = -\ 3/2, \quad b^2 - 4\,a^3\,B = 0. \tag{5}$$

Релацијата (4) тогаш добива облик

$$y^3 + 3\ axy + 2\,\varepsilon a\ \sqrt{a\,B}\ x^3 = 0, \quad \varepsilon = \pm 1 \tag{4'}$$

или за $a = 1$, $\varepsilon = +1$[1])

$$y^3 + 3\ xy + 2\ \sqrt{B}\ x^3 = 0. \tag{4''}$$

---

[1]) За другите вредности на a и ε не се добива нов независен партикуларен интеграл.

Ако во равенката (3), земајќи во обзир (5), ја извршиме смената

$$x = -3t \,/\, (t^3 + 2\sqrt{B})$$

ќе ја добиеме равенката

$$\ddot{y} + f(t)\,\dot{y} + g(t)\,y = 0, \tag{6}$$

каде што е

$$f(t) = 6\,(t^6 + 6\sqrt{B}\,t^3 - 4B) \,/\, t\,(t^3 + 2\sqrt{B})\,(t^3 + 8\sqrt{B}),$$

$$g(t) = 4\,(t^3 + 2\sqrt{B}) \,/\, t^2\,(t^3 + 8\sqrt{B}).$$

Диференцијалната равенка (6) има еден партикуларен интеграл

$$y_1 = -3t^2 \,/\, (t^3 + 2\sqrt{B}).$$

Другиот партикуларен интеграл е

$$y_2 = -3\,(t^4 + 8\sqrt{B}\,t)^{1/2} \,/\, (t^2 + 2\sqrt{B})$$

или во имплицитен облик за диференцијалната равенка (3) тие се дадени со (4″) и

$$y^6 + 18\,xy^4 + 81\,x^2y^2 + 108\,x^3\,(1 + Bx^3) = 0.$$

БИБЛИОГРАФИЈА

[1] *Д. Перчинкова,* За една специјална линеарна диференцијална равенка од II ред, Билтен на друштвото на математичарите и физичарите на НРМ, кн. VI, 1955, стр. 27—29.

Résumé

SUR UNE ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE LINÉAIRE DU SECOND ORDRE II[1])

Danica Perčinkova-Včkova

On indique que l'équation différentielle linéaire du second ordre

$$x^2\,(1 + \lambda^2 x^3)\,\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{3}{2}\,x\,\frac{dy}{dx} + y = 0 \quad (\lambda \text{ paramètre})$$

a comme une solution particulière la fonction $y_1(x)$ définie par la relation suivante

$$y^3 + 3xy + 2\lambda x^3 = 0,$$

[1]) Gènèralisation d'un résultat publié dans l'article sous le même titre [1].

ou bien sous la forme paramètrique suivante

$$x = -\frac{3t}{t^3 + 2\lambda}, \quad y_1 = -\frac{3t^2}{t^3 + 2\lambda}.$$

Une autre solution particulière de cette équation est définie par

$$y^6 + 18\,xy^4 + 81\,x^2 y^2 + 108\,x^3\,(1 + \lambda^2 x^3) = 0,$$

ou bien sous la forme paramètrique suivante

$$x = -\frac{3t}{t^3 + 2\lambda}, \quad y_2 = -\frac{3\,(t^4 + 8\lambda t)^{1/2}}{(t^3 + 2\lambda)}.$$