Билтен на Друштвото на математичарите и физичарите од НР Македонија кн. VIII. 1957.
Bulletin de la Société des mathématiciens et des physiciens de la R. P. Macédoine t. VIII. 1957.

ЕДНА ПРИМЕНА НА GAUSS—CHIÒ-вата ПОСТАПКА ЗА КОНДЕНЗОВАЊЕ НА ДЕТЕРМИНАНТИТЕ

Даница Перчинкова-Вчкова

1. Својството на *Wronski*-евата детерминанта[1]).

$$W(y_1, y_2, y_3, \ldots, y_n) = y_1^n\, W\left(1, \frac{y_2}{y_1}, \frac{y_3}{y_1}, \ldots, \frac{y_n}{y_1}\right)$$

каде $y_1, y_2, \ldots, y_n$ се произволни функции од x, и каде е употребена *Muir*-овата ознака за *Wronski*-евата детерминанта, може да се изведе и со *Gauss—Chiò*-вата постапка за кондензовање на детерминантите, која обикновено се употребува за пресметнување на нумерички детерминанти.

Нека ја разгледаме детерминантата од n-ти ред

$$W(y_1, y_2, \ldots, y_n) =$$

$$= \begin{vmatrix} y_1 & y_2 \cdots & y_n \\ y_1' & y_2' & y_n' \\ \cdot & & \\ \cdot & & \\ \cdot & & \\ y_1^{(n-1)} & y_2^{(n-1)} & y_n^{(n-1)} \end{vmatrix} = \left| y_i^{(k)} \right|, \quad i=1, 2, \ldots, n; \quad k=0, 1, \ldots, n-1;$$

која може уште да се пише во облик

$$y_1^n \left| \frac{y_i^{(k)}}{y_1} \right|, \quad i=1, 2, \ldots, n; \quad k=0, 1, \ldots, n-1.$$

Применувајќи ја *Gauss—Chiò*-вата постапка, добиваме

---

[1]) Со овоа прашање се занимавале: *Hesse*, Journal für die reine und angewandte Mathematik, Bd LIV, p. 249; *Christoffel*, (во истото списание), Bd. LV, p. 299; *Frobenius*, (во истото списание), Bd. LXXVI, p. 238; *Pasch* (во истото списание), Bd. LXXX, p. 177.

$$y_1^n \left| \frac{y_i^{(k)}}{y_1} - \frac{y_i y_1^{(k)}}{y_1^2} \right|, i = 2, 3, \ldots, n; k = 1, 2, \ldots n-1.$$

Користејќи едно својство на детерминантите, со кое нејзината вредност не се менува, можеме понатаму да пишеме

$$y_1^n \left| \frac{y_i^{(k)}}{y_1} - \frac{y_i y_1^{(k)}}{y_1^2} - \binom{k}{1} \frac{y_1^{(k-1)}}{y_1} \left(\frac{y_i}{y_1}\right)' - \cdots - \binom{k}{k-1} \frac{y_1'}{y_1} \left(\frac{y_i}{y_1}\right)^{(k-1)} \right|,$$

$$i = 2, 3, \ldots, n; \quad k = 1, 2, \ldots, n-1.$$

Бидејќи

$$\frac{y_i^{(k)}}{y_1} - \frac{y_i y_1^{(k)}}{y_1^2} - \binom{k}{1} \frac{y_1^{(k-1)}}{y_1} \left(\frac{y_i}{y_1}\right)' - \cdots - \binom{k}{k-1} \frac{y_1'}{y_1} \left(\frac{y_i}{y_1}\right)^{(k-1)} =$$

$$= \frac{1}{y_1} \left[y_i^{(k)} - \left(y_1 \cdot \frac{y_i}{y_1}\right)^{(k)} + y_1 \left(\frac{y_i}{y_1}\right)^{(k)} \right] = \left(\frac{y_i}{y_1}\right)^{(k)}$$

добиваме

$$y_1^n \left| \left(\frac{y_i}{y_1}\right)^{(k)} \right|, \; i = 2, \ldots, n; \; k = 0, 1, \ldots, n-1;$$

односно

$$y_1^n \left| \left(\frac{y_i}{y_1}\right)^{(k)} \right|, \; i = 1, 2, \ldots, n; \; k = 0, 1, \ldots, n-1;$$

т. е.

$$W(y_1, y_2, \ldots, y_n) = y_1^n \, W\left(1, \frac{y_2}{y_1}, \frac{y_3}{y_1}, \ldots, \frac{y_n}{y_1}\right).$$

Аналогно на овоа се покажува дека е

$$W(\alpha y_1, \alpha y_2, \ldots, \alpha y_n) = \alpha^n \; W(y_1, y_2, \ldots, y_n).$$

Како специјални случајеви од овоа се појавуваат:

Својството на *Wronski*-евата детерминанта од четврти ред

$$W(y, z, u, v) = y^4 \; W\left(1, \frac{z}{y}, \frac{u}{y}, \frac{v}{y}\right),$$

што го покажал *M. A. Demoulin* [1].

Потоа својството

$$W(\alpha y, \alpha z, \alpha u, \alpha v) = \alpha^4\, W(y, z, u, v), \quad \alpha = \alpha(x)$$

што покасно го покажал *J. Neuberg*[1]) [2].

Во својот учебник пак *Hardy* [3] дал како задача да се покаже дека

$$W(y, z, u) = y^3\, W\left(1, \frac{z}{y}, \frac{u}{y}\right).$$

БИБЛИОГРАФИЈА

[1] *M. A. Demoulin*, Remarque sur une propriété fondamentale des Wronskiens, Mathesis, T. IX. 1889, p. 136.

[2] *J. Neuberg*, Sur les Wronskiens, Mathesis, T. IV, 1894, p. 165.

[3] *G. H. Hardy*, A Course of Pure Mathematics, 1948, ninth edition, Cambridge, p. 274, ex. 8.

Résumé

SUR UNE APPLICATION DU PROCÉDÉ DE GAUSS—CHIÒ POUR CONDENSATION DES DÉTERMINANTS

Danica Perčinkova-Včkova

On montre que la propriété.

$$W(y_1 y_2, \ldots, y_n) = y_1{}^n\, W\left(1, \frac{y_2}{y_1}, \frac{y_3}{y_1}, \ldots, \frac{y_n}{y_1}\right),$$

(W Wronskien).
peut être démontrée à l'aide du procédé de *Gauss—Chiò* pour condensation des déterminants.

Le procédé en question on utilise, sinon, habutiellement pour l'évaluation des déterminants à éléments numiriques.

1) Приметуваме дека *Demoulin* и *Neuberg* воопште не ги цитираат напред наведените членци од *Hesse*, *Christoffel*, *Frobenius* и *Pasch*.